Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2019

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 11.06.2019

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

a) Bestimmen Sie sämtliche Hoch- und Tiefpunkte für die Funktion $f(x,y)=\frac{3}{2}\cdot x^2+2\cdot y^2+3\cdot x\cdot y-18\cdot x-23\cdot y \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}^2$ *(8 Punkte)*.

b) Zeichnen Sie für die Funktion $f(x,y)=x\cdot y^2-x \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}^2$ die Niveaulinien zum Niveau $\bar{z}=0$ im Bereich $-3\le x\le 3$ *(4 Punkte)*.

Aufgabe 2

Kreuzen Sie jeweils das Feld mit der einzigen richtigen Antwort an.

- 1 Punkt für jede richtige Antwort,
- 0 Punkte für jede falsche bzw. fehlende Antwort.

a)	$f(x,y)=(x-2)^2+(y+4)^2$ hat ein Minimum an:			
	$x=2,\ y=4$ ☐	$x=2,\ y=-4$ ☐	$x=-2,\ y=4$ ☐	$x=-2,\ y=-4$ ☐
b)	Für $f(x)=2\cdot\ln(x) \quad \mathbb{D}_f=]0,\infty[$ gilt $f'''(2)=$			
	$0{,}5$ ☐	$-0{,}5$ ☐	2 ☐	-2 ☐
c)	$f(x)=x^4-x^3+x^2 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ hat ein globales Maximum an:			
	$x_{\max}=0$ ☐	$x_{\max}=1$ ☐	$x_{\max}=-1$ ☐	keines ☐
d)	$\left(\begin{array}{cc\|c} 2 & 5 & 0 \\ -6 & 15 & 0 \end{array}\right)$ hat die Lösung $L=$			
	$\{x=0,\ y=0\}$ ☐	$\varnothing$ ☐	$\left\{x\in\mathbb{R},\ y=-\frac{5}{2}x\right\}$ ☐	$\left\{x=-\frac{2}{5}\cdot y,\ y\in\mathbb{R}\right\}$ ☐
e)	Geordnete Urliste: 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4			
	$x_{\text{mod}}<x_{med}$ ☐	$x_{\text{mod}}=x_{med}$ ☐	$x_{\text{mod}}=\bar{x}$ ☐	$x_{med}=\bar{x}$ ☐

f)	$f(x)=x^4-x^3+x^2 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ hat folgende Nullstellen:			
	$x_N=0$ ☐	$x_N=0, x_N=-1$ ☐	$x_N=0, x_N=1$ ☐	$x_N=1, x_N=-1$ ☐
g)	$f(x)=x^2+2\cdot x+2 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ hat eine horizontale Tangente an:			
	$x=2$ ☐	$x=-1$ ☐	$x=0$ ☐	$x=1$ ☐
h)	Für $f(x)=e^x$ gilt $\varepsilon(1)=$			
	$-e$ ☐	-1 ☐	1 ☐	e ☐
i)	$f'(x)=\frac{1}{x}$ ist die erste Ableitung von $f(x)=$			
	$\sqrt{2\cdot x}$ ☐	$2\cdot\sqrt{x}$ ☐	$2\cdot\ln(x)$ ☐	$\ln(2\cdot x)-2$ ☐
j)	$A=\begin{pmatrix}5 & -3\\ 12 & -7\end{pmatrix} \Leftrightarrow A^{-1}=$			
	$\begin{pmatrix}-7 & 3\\ -12 & 5\end{pmatrix}$ ☐	$\begin{pmatrix}-7 & -12\\ 3 & 5\end{pmatrix}$ ☐	$\begin{pmatrix}-5 & 12\\ -3 & 7\end{pmatrix}$ ☐	$\begin{pmatrix}-7 & -3\\ 12 & 5\end{pmatrix}$ ☐
k)	$f(x)=(x-1)^3+1$ ist streng konvex an der Stelle:			
	$x=-1$ ☐	$x=0$ ☐	$x=1$ ☐	$x=2$ ☐
l)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2\cdot\ln(x)}{2^x}=$			
	$-\infty$ ☐	0 ☐	2 ☐	∞ ☐

(12 Punkte)

Aufgabe 3

a) Lösen Sie folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}6 & -4 & 1 & 57\\ 5 & 8 & -1 & -23\\ 3 & -10 & 1 & 87\end{array}\right).$$

(6 Punkte)

b) Wir haben $A=\begin{pmatrix}4 & 3 & -2\\ 7 & 4 & 11\end{pmatrix}$ und $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & -8\\ 5 & 1\end{pmatrix}$. Berechnen Sie $2\cdot A\cdot B$ *(3 Punkte).*

c) Wann hat das folgende Gleichungssystem eine eindeutige Lösung? *(3 Punkte)*

$$a\cdot x-2\cdot y=11$$
$$-5\cdot x+a\cdot y=1 \qquad a\in\mathbb{R}$$

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2^x - x^2 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex bzw. streng konkav verläuft *(5 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren eine Nullstelle x_2 mit dem Startwert $x_0 = 0$. Rechnen Sie bei allen Schritten auf vier Nachkommastellen genau *(4 Punkte)*.

c) Zeichnen Sie die Funktion im Intervall $x \in [-2; 3]$. Beachten Sie dabei $P_{\max}(0{,}485|1{,}164)$ *(3 Punkte)*.

Aufgabe 5

Ein Markforschungsinstitut hat für verschiedene Marktpreise p_x eines Gutes die Gesamtnachfrage X bestimmt:

Marktpreis	10€	12€	14€	16€	18€
Gesamtnachfr.	20.000 Stk.	17.000 Stk.	11.000 Stk.	9.000 Stk.	3.000 Stk.

a) Welche Art von Korrelation besteht zwischen dem Marktpreis und der Gesamtnachfrage? Rechnen Sie bei allen Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau.
Hinweise:
- durchschnittliche Gesamtnachfrage: 12.000 Stück,
- Standardabweichung der Gesamtnachfrage: 6.000.

(7 Punkte)

b) Bestimmen Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate die lineare Gesamtnachfragefunktion $x = X^{NG}(p_x)$, und zeichnen Sie diese in ein Streudiagramm der Beobachtungswerte *(5 Punkte)*.

Um was für eine Art von Gut handelt es sich hier? (*1 Extrapunkt*)